

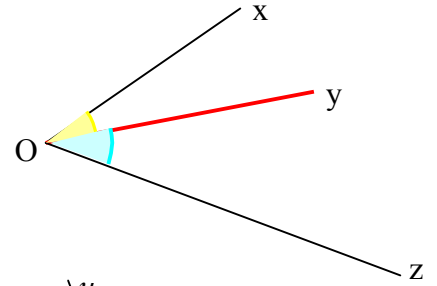
# ANGLES

## 1) Vocabulaire

### a) Angles adjacents :

Deux angles sont adjacents lorsque :

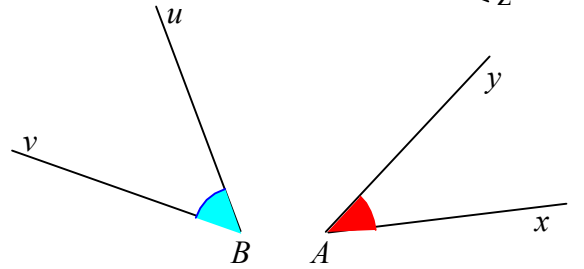
- Ils ont le même sommet
- Ils ont un côté commun
- Ils sont situés de part et d'autre de ce côté commun



### b) Angles complémentaires, angles supplémentaires :

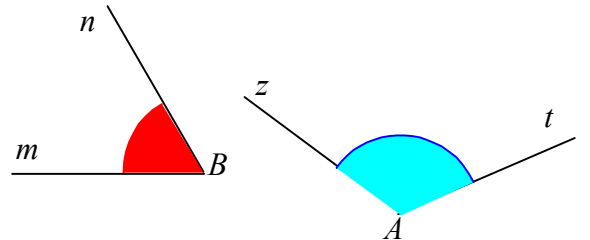
- Deux angles sont **complémentaires** si la somme de leurs mesures est égale à  $90^\circ$ .

Exemple :  $\widehat{xAy} + \widehat{uBv} = 40^\circ + 50^\circ = 90^\circ$



- Deux angles sont **supplémentaires** si la somme de leurs mesures est égale à  $180^\circ$ .

Exemple :  $\widehat{zAt} + \widehat{mBn} = 120^\circ + 60^\circ = 180^\circ$



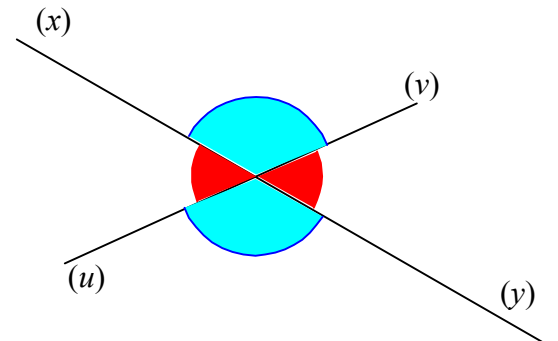
## 2) Angles opposés par le sommet

### a) Définition :

2 droites sécantes en I définissent 2 couples d'angles opposés par le sommet.

### b) Propriété :

2 angles opposés par le sommet sont égaux.



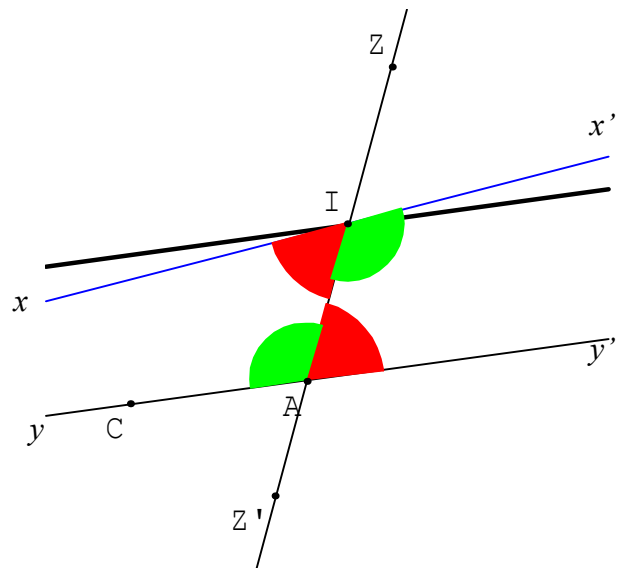
## 3) Angles alternes-internes :

### a) Définition :

2 droites  $(xx')$  et  $(yy')$  sont coupées par une sécante  $(zz')$ .

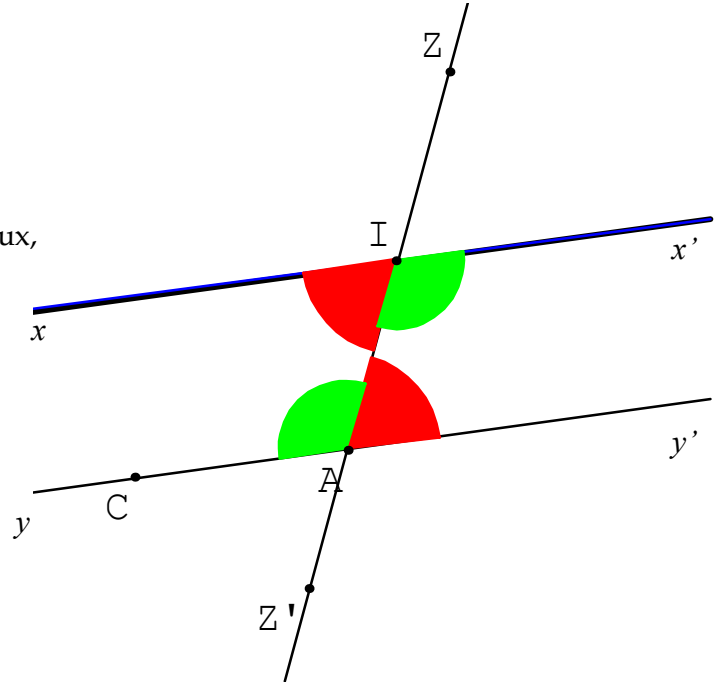
2 angles alternes-internes sont :

- de part et d'autre de la sécante
- entre les 2 droites



b) Propriété :

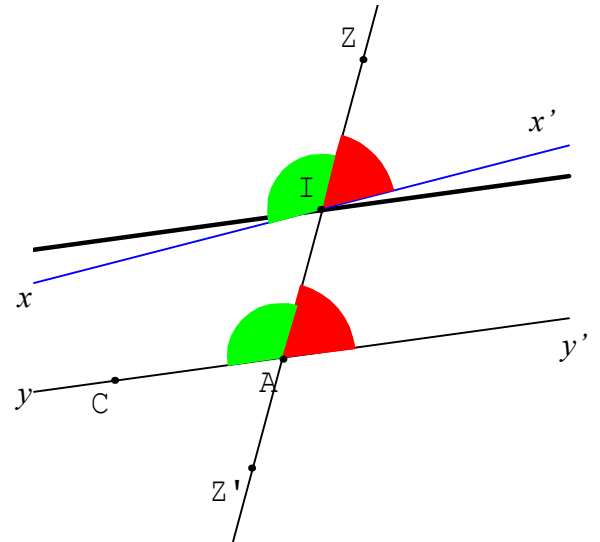
- Si deux angles sont alternes-internes avec des droites parallèles, alors ils sont égaux.
- Si 2 angles alternes-internes sont égaux, alors ils sont formés par des droites parallèles.

4) Angles correspondantsa) Définition :

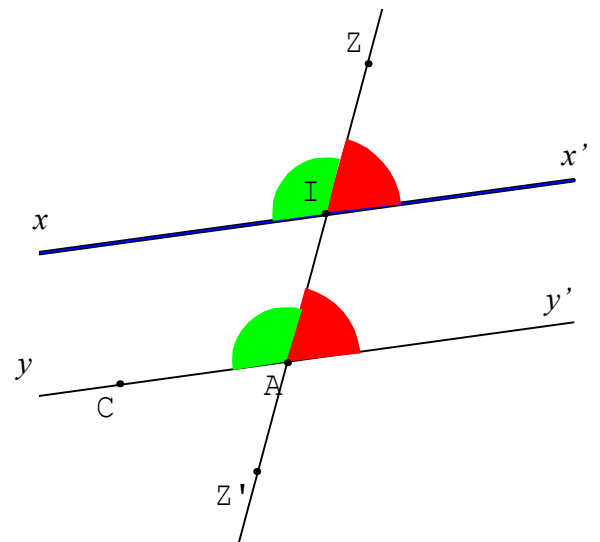
2 droites  $(xx')$  et  $(yy')$  sont coupées par une sécante  $(zz')$ .

2 angles correspondant sont :

- d'un même côté de la sécante
- l'un est entre les 2 droites, l'autre à l'extérieur

b) Propriété :

- Si 2 angles sont correspondants avec des droites parallèles, alors ils sont égaux.
- Si 2 angles correspondants sont égaux, alors ils sont formés à l'aide de droites parallèles.



## 5) Angles d'un triangle

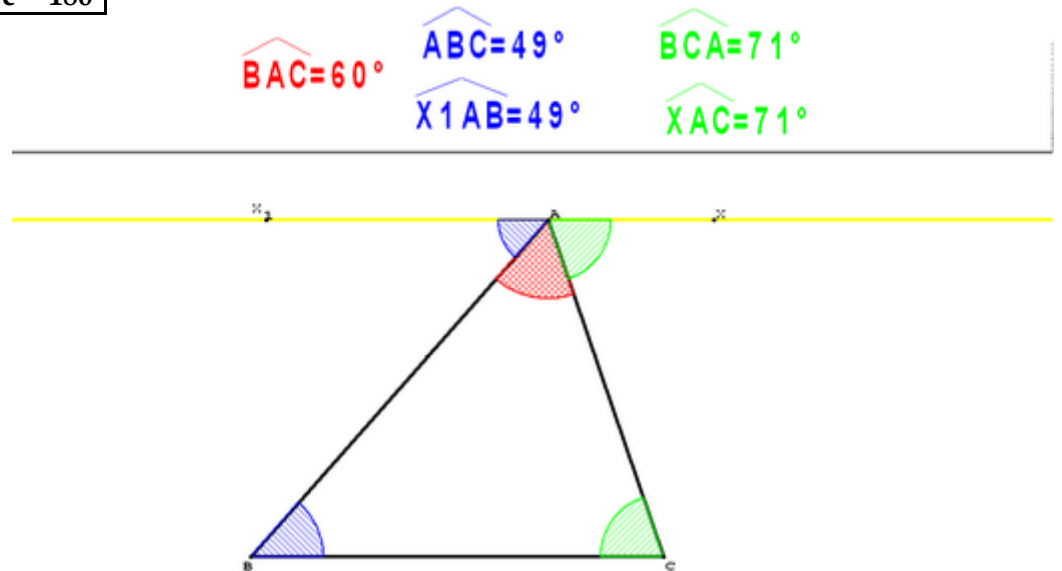
a) Propriété : **Dans un triangle ABC, la somme des mesures des angles est égale à  $180^\circ$ .**

( $\Delta$ ) est la parallèle à (BC) passant par A.

Alors  $\hat{b}_1$  et  $\hat{c}_1$  sont alternes-internes respectivement avec  $\hat{b}$  et  $\hat{c}$ , avec des parallèles.

Donc  $\hat{b} = \hat{b}_1$  et  $\hat{c} = \hat{c}_1$ . Donc  $\hat{a} + \hat{b}_1 + \hat{c}_1 = 180^\circ$ .

**Donc  $\hat{a} + \hat{b} + \hat{c} = 180^\circ$**



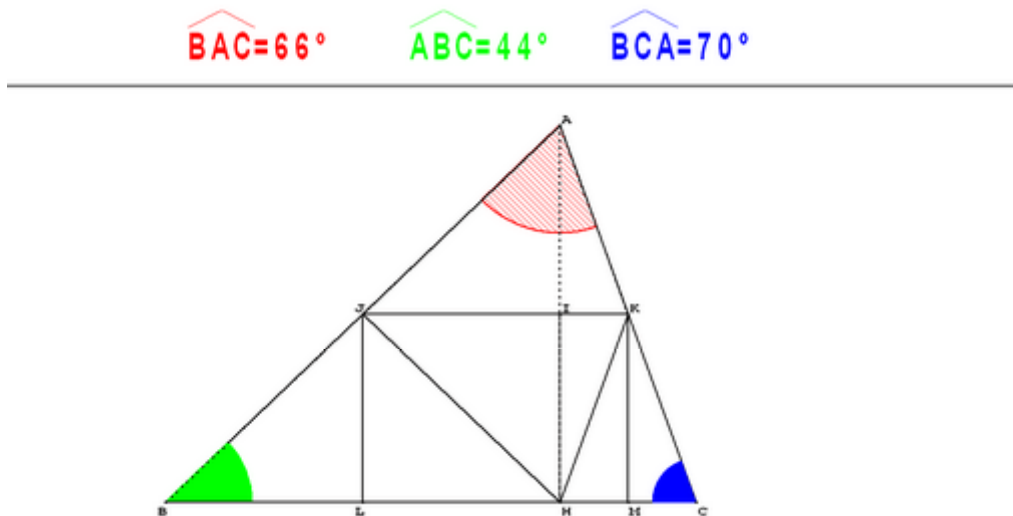
### Remarque : autre démonstration

On effectue successivement le symétrique de  $\widehat{BAC}$  par rapport à (JK), le symétrique de  $\widehat{ABC}$  par rapport à (JL) et le symétrique de  $\widehat{ACB}$  par rapport à (KM).

Une symétrie axiale conserve les angles.

Donc  $\widehat{BAC} = \widehat{JHK}$ ,  $\widehat{ABC} = \widehat{JHB}$  et  $\widehat{ACB} = \widehat{KHC}$ .

Donc  $\widehat{BAC} + \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = \widehat{JHK} + \widehat{JHB} + \widehat{KHC} = \widehat{BHC} = 180^\circ$ .



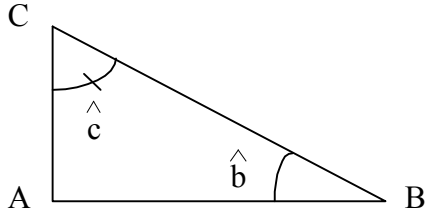
Exemple : Dans un triangle ABC,  $\hat{A} = 50^\circ$  et  $\hat{B} = 40^\circ$ . Combien mesure l'angle  $\hat{C}$  ?

$\hat{C} = 180^\circ - (50^\circ + 40^\circ) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ . Donc  $\hat{C} = 90^\circ$ .

b) Cas particuliers :

Triangle rectangle :

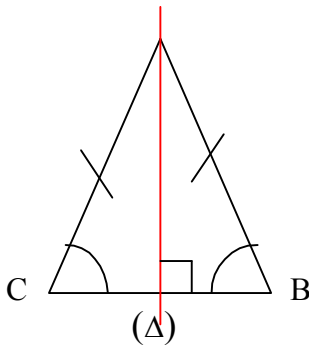
Si ABC est un triangle rectangle en A, la somme des mesures des angles aigus est égale à  $90^\circ$ .



$$\hat{A} = 90^\circ. \text{ Donc } \hat{b} + \hat{c} = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ.$$

Triangle isocèle : Dans un triangle ABC isocèle en A, les angles à la base ont même mesure.

$$\text{Donc } \hat{A} = 180^\circ - 2 \times \hat{B} \text{ et } \hat{B} = \hat{C} = \frac{180^\circ - \hat{A}}{2}$$



$AB = AC$ , donc A est sur la médiatrice [BC].

Comme  $(\Delta)$  passe par A et est perpendiculaire à [BC],  $(\Delta)$  est la médiatrice de [BC]. Donc  $(\Delta)$  est un axe de symétrie de ABC.

Dans la symétrie d'axe  $(\Delta)$ ,  $A \rightarrow A$ ,  $B \rightarrow C$ ,  $C \rightarrow B$ .

Donc  $\hat{ABC}$  et  $\hat{ACB}$  sont égaux.

Triangle équilatéral : Dans un triangle équilatéral ABC, les 3 angles mesurent  $60^\circ$ .

$$\text{Comme } AB = BC = CA, \hat{ABC} = \hat{ACB} = \hat{BAC} = \frac{180}{3} = 60^\circ.$$

